Capitulo 21 Sears (resumen)

Carga elétrica: Las interacciones del electromagnetismo implican partículas que tienen una propiedad llamada carga elétrica, esta es una propiedad fundamental así como la masa, de la misma forma que los objetos con masas son acelerados por fuerzas gravitatorias, los objetos cargados elétricamente también se ven acelerados por fuerzas elétricas.

Dos cargas positivas se repelen, al igual que dos cargas negativas, una carga positiva y otra negativa se atraen.

La carga elétrica se conserva: la suma algebraica de todas las cargas elétricas en un sistema cerrado es constante. En cualquier proceso la carga no se crea ni se destruye solo se transfiere de un cuerpo a otro. Se considera que el principio de conservación de la carga es una ley universal, puesto que no se ha observado nunca evidencia experimental que lo contravenga.

La magnitud de carga del eletrón o del protón es la unidad natural de carga: Toda cantidad observable de carga elétrica siempre es un múltiplo entero de esta unidad básica, decimos que la carga está cuantizada.

Conductores, aislantes y cargas inducidas

Ciertos materiales permiten que las cargas eléctricas se muevan con facilidad de una parte a otra del material, mientras que otros no. Los conductores permiten el movimiento fácil de las cargas a través de ellos, mientras que los que no lo hacen los llamamos aislantes, la mayor parte de los metales son buenos conductores, en tanto los no metales en su mayoría son aislantes. Dentro de un solido metalico existen muchos electrones libres los cuales pueden trasportar la carga a travez del metal, en un material aislante no hay electrones libres. Tambien existen algunos materiales que tienen propiedades medias entre buenos conductores y buenos aislantes estos los llamamos semiconductores.

Carga por inducción:

La inducción es un proceso de carga de un objeto sin contacto directo, un cuerpo cargado eléctricamente puede atraer a un cuerpo neutro, cuando este se acerca a un cuerpo cargado sus cargas se acomodan y podemos hacer que el cuerpo "neutro" descargue electrones a tierra, quedando así cargado positivamente, o tambien que adquiera eletrones quedando así cargado negativamente.

Fuerzas electricas en objetos sin carga:

Un cuerpo cargado ejerce fuerza sobre objetos sin carga, esta interacción es un efecto de carga inducida, incluso en un aislante, las cargas eléctricas pueden desplazarse un poco en un sentido u otro cuando hay una carga cerca, las cargas positivas y negativas en el material se hallan presentes en cantidades iguales, la ~~potencial~~ atracción entre un objeto cargado y otro no, tiene muchas aplicaciones prácticas importantes como por ejemplo el proceso de pintura electrostática.

Ley de Coulomb: La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$F = K \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$ (Magnitud de fuerza en ley de Coulomb)

$K = 8,988 \times 10^9 \; N \times m^2/C^2$

En unidades SI $\quad K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

Por lo tanto:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Superposición de fuerzas:

Según enunciamos, la ley de Coulomb describe sólo la interacción entre dos cargas puntuales.
Los experimentos demuestran que cuando dos cargas ejercen fuerzas de manera simultánea sobre una tercer carga, la fuerza total que actúa sobre esta carga es la suma vectorial de las fuerzas que las dos cargas ejercerían individualmente, esta propiedad llamada superposición de fuerzas se cumple para cualquier número de cargas.
En sentido estricto, la ley de Coulomb tal como fue establecida debería usarse tan solo para cargas puntuales en el vacío.

El campo elétrico y las fuerzas eléctricas:

La fuerza eléctrica sobre un cuerpo cargado es ejercida por el campo elétrico que otros cuerpos cargados originan. La fuerza es una cantidad vectorial, por lo que el campo eléctrico también es una cantidad vectorial.
Se define campo elétrico como: $\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$

El campo elétrico de una carga puntual: si la fuente de distribución es una carga puntual q, será fácil encontrar el campo elétrico que produce. A la ubicación de la carga llamamos punto de origen, y al punto P donde se determina el campo, el punto del campo

Entonces: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q|}{r^2}$ (magnitud del campo de una carga puntual)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q|}{r^2} \hat{r}$$ (campo eléctrico en una carga puntual)

Por definición, el campo eléctrico de una carga puntual tiene una dirección que se aleja de una carga positiva, pero se acerca hacia una negativa.

Ejemplo 21.1
La fuerza eléctrica contra la fuerza gravitatoria

Una partícula α es el núcleo del átomo de helio. Tiene una masa de $m = 6,64 \times 10^{-27}$ kg y una carga de $q = +2e = 3,2 \times 10^{-19}$ C.
Compare la fuerza de la repulsión eléctrica entre dos partículas α con la fuerza de atracción gravitatoria que hay entre ellas.

Solución: identificar: Este problema implica la ley de Newton de la fuerza de la gravedad F_g entre partículas y la ley de Coulomb para la fuerza eléctrica F_e, entre cargas puntuales. Se pide comparar dichas fuerzas por lo que la incógnita es la razón de ambas fuerzas F_e / F_g

Plantear: La figura 21.11 muestra el diagrama, la magnitud de la fuerza de repulsión eléctrica está dada por la ecuación 21.2

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}.$$

La magnitud de la fuerza de atracción gravitacional F_g esta dada por la ecuación

$$F_g = G\frac{m^2}{r^2}$$

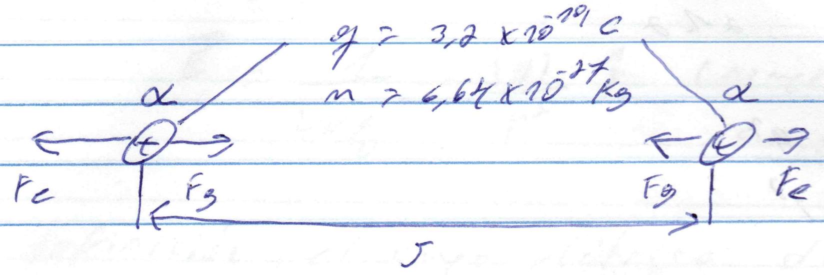
Ejecutar:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 G} \cdot \frac{q^2}{m^2} = \frac{9{,}0\times10^9\ N.m^2/C^2}{6{,}67\times10^{-11}\ N.m^2/C^2} \cdot \frac{(3{,}2\times10^{-19}\ C)^2}{(6{,}64\times10^{-27}\ Kg)^2}$$

$$\boxed{= 3{,}1\times10^{35}}$$

evaluar: Este número tan asombrosamente grande muestra que en está situación, la fuerza gravitatoria es despreciable por completo, en comparación con la eléctrica. Ello siempre se cumple para interacciones de partículas átomicas y subátomicas. (observe que en este resultado no depende de la distancia r entre las dos partículas α. No obstante, para objetos del tamaño de un ser humano o de un planeta, las cargas positivas y negativas son de magnitud casi igual, en tanto que la fuerza eléctrica neta por lo general es mucho menor que la gravitatoria.

21/11 Nuestro esquema para este problema:



Ejemplo 21.2 Fuerza entre dos cargas puntuales

Dos cargas puntuales, $q_1 = +25\,nC$ y $q_2 = -75\,nC$, están separadas por una distancia de 3 cm, (Figura 21.12a) calcule la magnitud y la dirección a) la fuerza eléctrica que ejerce q_1 sobre q_2; y b) la fuerza eléctrica que q_2 ejerce sobre q_1.

Solución:

Identificar: En este problema se piden las fuerzas eléctricas que dos cargas ejercen entre sí, por lo que será necesario usar la ley de Coulomb.

Plantear: se emplea la ecuación (21.2) para calcular la magnitud de la fuerza que ejerce cada partícula sobre la otra. Se utiliza la tercera ley de Newton para relacionar las fuerzas que una partícula ejerce sobre la otra.

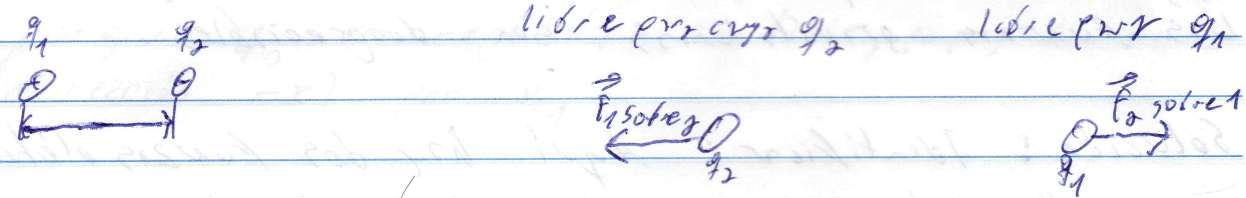
Ejecutar: $F_{1\,sobre\,2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$

$$= 9{,}0\times10^{9}\ N\cdot m^2/C^2 \cdot \frac{|(+25\times10^{-9}\,C)(-75\times10^{-9}\,C)|}{(0{,}030\ m)^2} = 0{,}019\ N$$

Como las dos cargas tienen signos opuestos, la fuerza es de atracción; es decir, la fuerza que actúa sobre q_2 está dirigida hacia q_1 por la recta que une las dos cargas, como se ilustra en la figura 21.12b.

21.12b ¿Qué fuerza q_1 ejerce sobre q_2? ¿Y qué fuerza q_2 ejerce sobre q_1? Las fuerzas gravitatorias son despreciables.

a) Las dos cargas — b) diagrama de cuerpo libre para carga q_2 — c) diagrama de cuerpo libre para q_1



b) La tercera ley de Newton se aplica a la fuerza eléctrica. Aún cuando las cargas tienen diferentes magnitudes, la magnitud de la fuerza que ejerce q_2 sobre q_1 es la misma que la magnitud de la fuerza que ejerce q_1 sobre q_2

$F_{2\ sobre\ 1} = 0{,}019\ N$

La tercera ley de Newton también establece que la dirección de la fuerza que ejerce q_2 sobre q_1 tiene exactamente la dirección opuesta, que la de la fuerza que q_1 ejerce sobre q_2; esto se indica en la figura 21.12c.

Evaluar: Observe que la fuerza sobre q_1 está dirigida hacia q_2, como debe ser, ya que las cargas con signos opuestos se atraen mutuamente.

Ejemplo 21.3 Suma Vectorial de las fuerzas eléctricas sobre una línea.

Dos cargas puntuales se localizan en el eje +x de un sistema de coordenadas. La carga $q_1 = 1,0\,nC$ está a 2,0 cm del origen, y la carga $q_2 = -3,0\,nC$ está a 4,0 cm del origen. ¿Cuál es la fuerza total que ejercen estas dos cargas sobre una carga $q_3 = 5.0\,nC$ que se encuentra en el origen? Las fuerzas gravitatorias son despreciables.

Solución: Identificar: Aquí hay dos fuerzas eléctricas que actúan sobre la carga q_3 las cuales deben sumarse para calcular la fuerza total.

Plantear: La figura 21.13a muestra el sistema de coordenadas. La incógnita es la fuerza eléctrica neta que las otras dos cargas ejercen sobre la carga q_3. Ésta es la suma vectorial de las fuerzas debidas a q_1 y q_2 individualmente

Ejecutar: La figura 21.13b es un diagrama de cuerpo libre para la carga q_3. Observe que q_3 es repelida por q_1 (que tiene el mismo signo) y atraída por q_2 (que tiene signo opuesto)

Después de convertir la carga q_3 a coulombs y la distancia a metros, se utiliza la ecuación (21,2) para encontrar la magnitud $F_{1 \text{ sobre } 3}$ de la fuerza de q_1 sobre q_3:

$$F_{1 \text{ sobre } 3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q_1 \cdot q_3|}{r^2}$$

$$= 9{,}0 \times 10^9 \, N \cdot m^2/C^2 \cdot \frac{(1{,}0 \times 10^{-9} C)(5{,}0 \times 10^{-9} C)}{(0{,}020 \, m)^2}$$

$$= 1{,}12 \times 10^{-4} N = 112 \, \mu N$$

Esta fuerza tiene una componente x negativa porque q_3 es repelida (es decir, empujada en la dirección $-x$) por q_1.

La magnitud $F_{2 \text{ sobre } 3}$ de la fuerza q_2 sobre q_3 es:

$$F_{2 \text{ sobre } 3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q_2 \cdot q_3|}{r^2}$$

$$= 9{,}0 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2 \, \frac{(3{,}0 \times 10^{-9} C)(5{,}0 \times 10^{-9} C)}{(0{,}040 \, m)^2}$$

$$= 8{,}4 \times 10^{-5} N = 84 \, \mu N$$

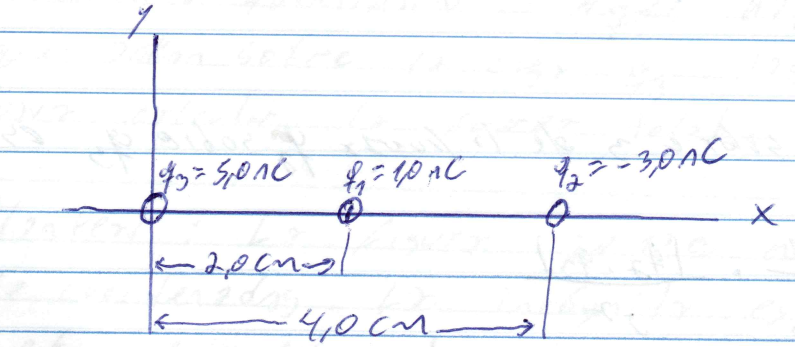
Está fuerza tiene una componente $+x$ debido a que q_3 es atraída (es decir jalada en la dirección $+x$) hacia q_2. La suma de las componentes es $= F_x = -112 \mu N + 84 \mu N = -28 \mu N$

No hay componentes y ni z. Así que la fuerza total sobre q_3 se dirige hacia la izquierda, con magnitud $28 \mu N = 28 \times 10^{5} N$

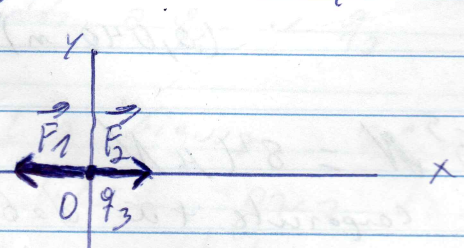
Evaluar: Para comprobar las magnitudes de las fuerzas individuales, observe que q_2 tiene el triple de carga (en magnitud) que q_1, pero está 2 veces más alejada de q_3. Según la ecuación (21.2) esto significa que F_2 sobre 3 debe ser $3/2^2 = \frac{3}{4}$ veces la magnitud de F_1 sobre 3. En realidad nuestros resultados muestran que esta razón es $(84 \mu N)/(112 \mu N) = 0,75$. La dirección de la fuerza neta también es lógica: $\vec{F}_1$ sobre 3 es opuesta a $\vec{F}_2$ sobre 3, y tiene una magnitud mayor, por lo tanto la fuerza neta tiene dirección $\vec{F}_1$ sobre 3.

21.13 Nuestro esquema para este problema

a) nuestro diagrama de situación

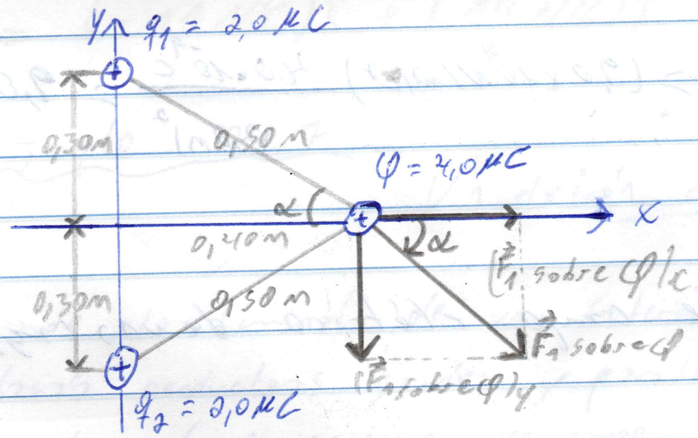


b) diagrama de cuerpo libre



Ejemplo 21.4. Suma vectorial de fuerzas eléctricas en un plano.

Dos cargas puntuales iguales y positivas, $q_1 = q_2 = 2{,}0\,\mu C$ se localizan en $x=0$, $y=0{,}30$ m y $x=0$, $y=-30$ m respectivamente. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica total (neta) que ejercen estas cargas sobre una tercera carga, también puntual, $Q=4{,}0\,\mu C$ en $x=0{,}40$ m, $y=0$?



F_1 sobre $Q = 9{,}0\times10^{9}\,N\cdot m^2/C^2 \cdot \dfrac{(4{,}0\times10^{-6}\,C)(2{,}0\times10^{-6}\,C)}{(0{,}50)^2} = 0{,}29\,N$

$(F_1$ sobre $Q)_x = (F_1$ sobre $Q)\cos\alpha = (0{,}29\,N)\,\dfrac{0{,}40\,m}{0{,}50\,m} = 0{,}23\,N$

$(F_1$ sobre $Q)_y = -(F_1$ sobre $Q)\,\mathrm{sen}\,\alpha = (0{,}29\,N)\,\dfrac{0{,}30}{0{,}5m} = -0{,}17\,N$

$F(x) = 0{,}23N + 0{,}23N = 0{,}46\,N$

$F(y) = -0{,}17N + 0{,}17N = 0\,N$

La fuerza total sobre Q está en la dirección $+x$ con magnitud de $0{,}46\,N$.

Ejemplo 21.5 Magnitud del campo elétrico para carga puntual.

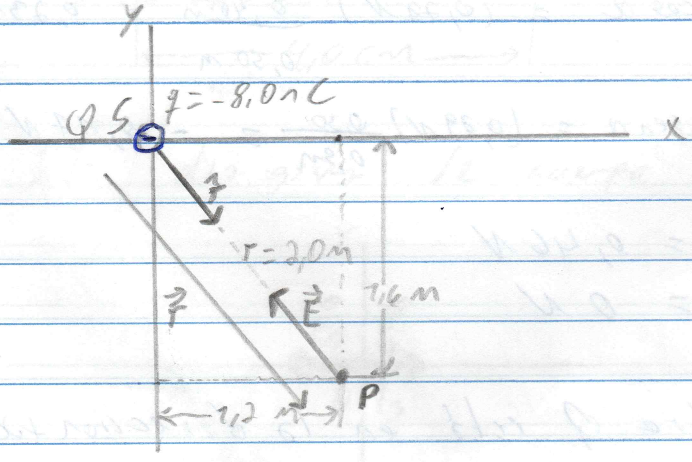
¿Cual es la magnitud del campo elétrico en un punto situado a 2,0 m de una carga puntual $q = 4,0 nC$? La carga puntual puede representar cualquier objeto pequeño cargado con este valor de q, si las dimensiones del objeto son mucho menores que la distancia entre el objeto y el punto del campo.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2} = (9,0 \times 10^9 N/m^2/C^2)\frac{4,0 \cdot 10^{-9} C}{(2,0 m)^2} = 9,0 N/C$$

Ejemplo 21.6

Vector de campo elétrico de una carga puntual.

Una carga puntual $q = -8,0 nC$ se localiza en el origen. Obtenga el vector de campo elétrico en el punto del campo $x = 1,2 m$, $y = -1,6 m$.



$$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(1{,}2\,m)^2+(-1{,}6\,m)^2} = 2{,}0\,m$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x\hat{i}+y\hat{j}}{r} = \frac{(1{,}2\,m)\hat{i}+(-1{,}6\,m)\hat{j}}{2{,}0\,m} = 0{,}60\hat{i}-0{,}80\hat{j}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{q}{r^2}\,\hat{r} = 9{,}0\times10^9\,N\,m^2/C^2\,\frac{(-8{,}0\times10^{-9}\,C)}{(2{,}0\,m)^2}\,(0{,}60\hat{i}-0{,}80\hat{j})$$

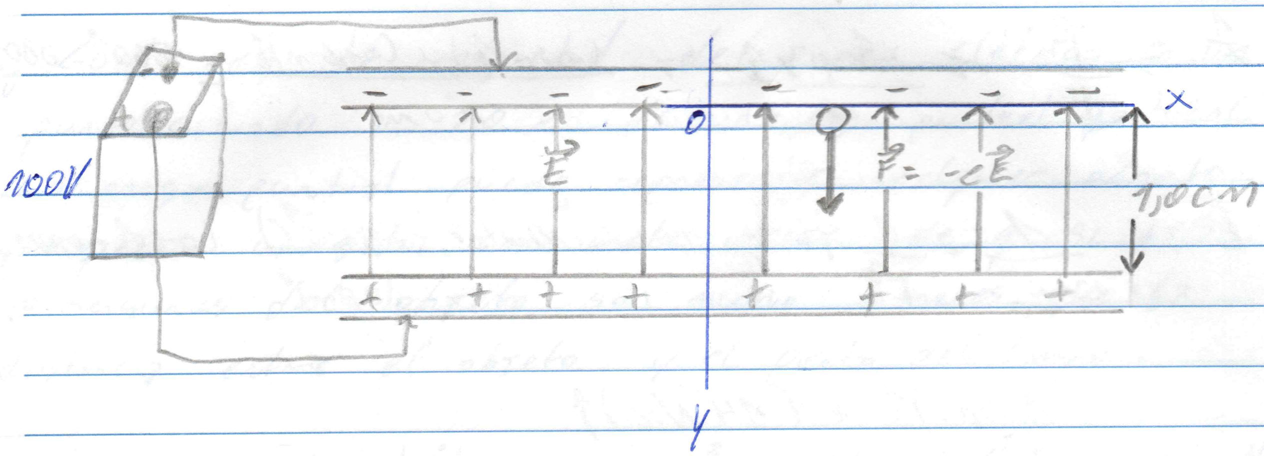
$$= (-11\,N/C)\hat{i} + (14\,N/C)\hat{j}$$

Ejemplo 21,7

Un electrón en un campo uniforme.

Cuando la terminal de una batería se conecta a dos placas conductoras grandes y paralelas, las cargas resultantes en las placas originan un campo eléctrico $\vec{E}$ en la región entre ellas, que es casi uniforme. (En la siguiente sección veremos la razón de esta uniformidad. Las placas cargadas de esta clase se usan en los dispositivos eléctricos comunes llamados capacitores, que estudiaremos en el capítulo (24)). Si las placas son horizontales y están separadas por 1,0 cm y se conectan a una batería de 100 Volts, la magnitud del campo $E = 1{,}00\times10^4$ N/C. Suponga que la dirección de $\vec{E}$ es vertical hacia arriba, como se ilustra con los vectores en la figura 21.20. a) Si un electrón en reposo se libera de la placa superior, ¿Cuál es su aceleración? b) ¿Qué rapidez y qué energía cinética adquiere el electrón cuando viaja 1,0 cm hacia la placa inferior? c) ¿Cuánto tiempo se requiere para que recorra esa distancia?

Un electrón tiene una carga $-e = -1{,}6 \times 10^{-19}\,C$ y masa $m = 9{,}11 \times 10^{-31}\,kg$.



$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{-eE}{m} = \frac{(-1{,}60 \times 10^{-19}\,C)(1{,}00 \times 10^{4}\,N/C)}{9{,}11 \times 10^{-31}\,kg}$$

$$= -1{,}76 \times 10^{15}\,m/s^2$$

$$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)$$

$$|V_y| = \sqrt{2a_y y} = \sqrt{2(-1{,}76 \times 10^{15}\,m/s^2)(-1{,}0 \times 10^{-2}\,m)}$$

$$= 5{,}9 \times 10^{6}\,m/s$$

$$V_y = -5{,}9 \times 10^{6}\,m/s$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot(9{,}11 \times 10^{-31}\,kg)(5{,}9 \times 10^{6}\,m/s)^2$$

$$= 1{,}6 \times 10^{-17}\,J$$

tilibra

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{a_y} = \frac{(-5,9 \times 10^6\ m/s) - (0\ m/s)}{-1,76 \times 10^{15}\ m/s^2} = 3,4 \times 10^{-9}\ s$$

Ejemplo 21,8

Una trayectoria del electrón

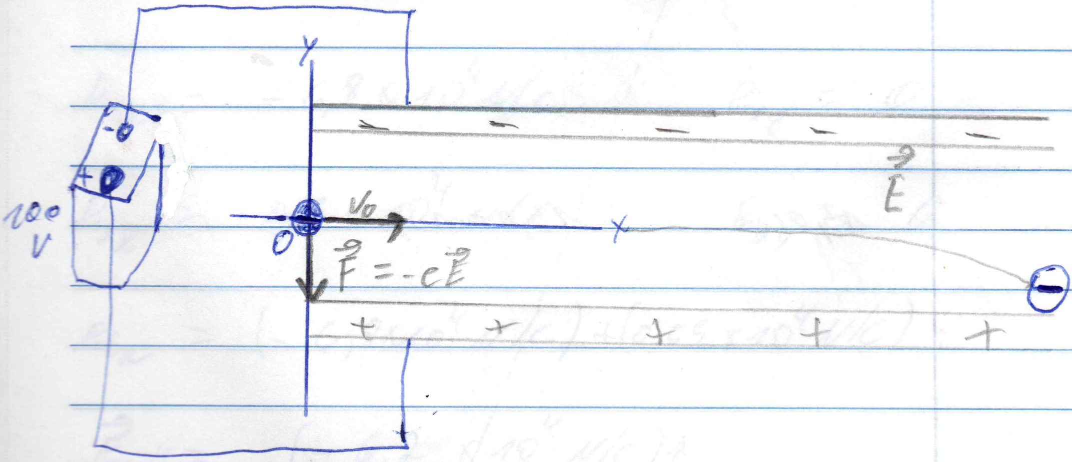
Si se proyecta un electrón hacia el campo eléctrico del ejemplo 21.7 con velocidad horizontal inicial v_0 (figura 21,21) ¿cuál sería la ecuación de su trayectoria?

$a_x = 0$ y $a_y = (-e)E/m$. En $t = 0$, $x_0 = y_0 = 0$

$v_{0x} = v_0$ y $v_{0y} = 0$; entonces en el tiempo t

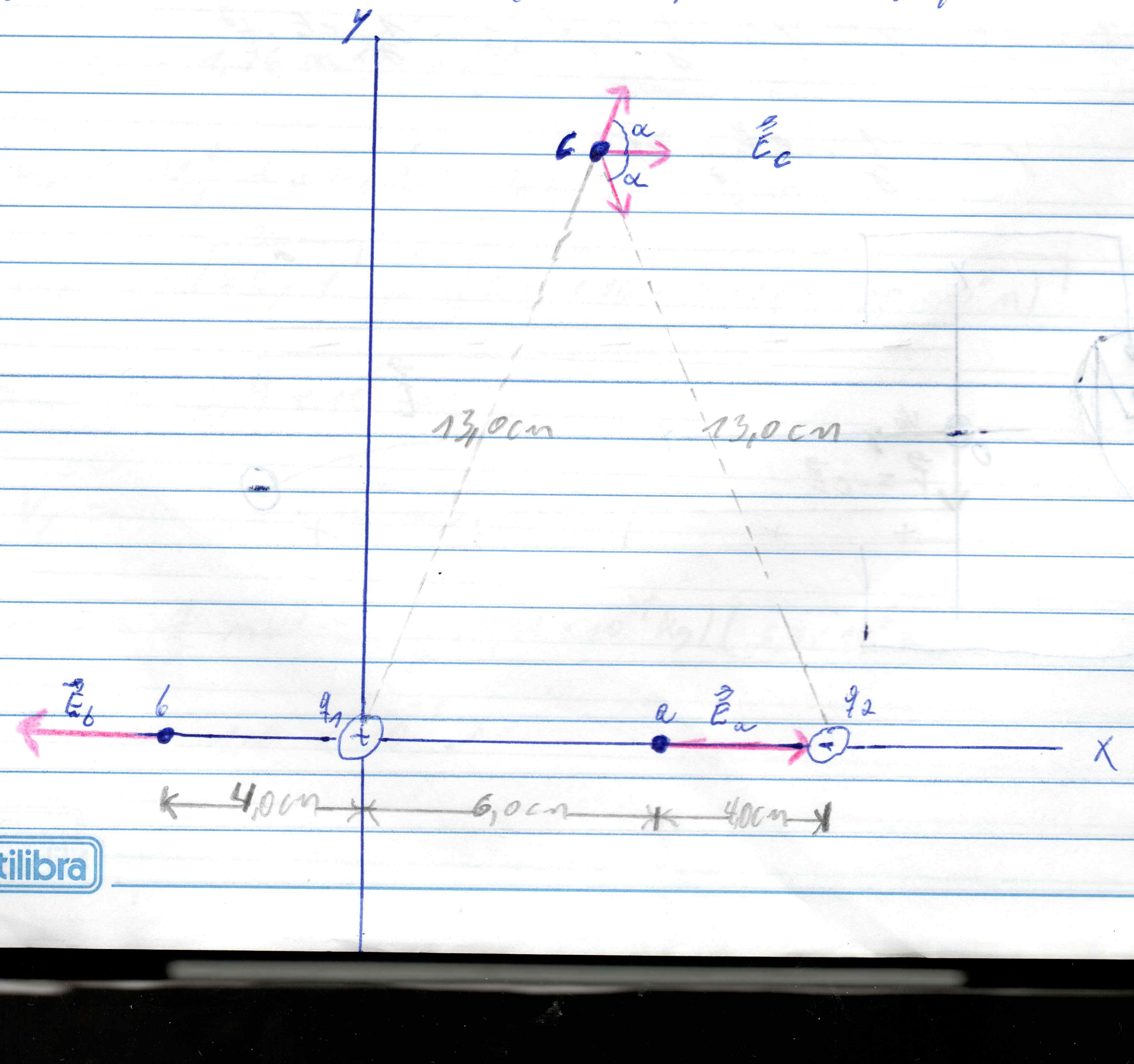
$$x = v_0 t \quad y \quad y = \frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{eE}{m} \cdot t^2$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{eE}{m v_0^2} x^2$$



Ejemplo 21,9 Campo de un dipolo eléctrico

Dos cargas puntuales q_1 y q_2 de +12 nC y -12 nC, respectivamente, están separadas por una distancia de 0,10 m (figura (21:23). Esta combinación de dos cargas de igual magnitud y signos opuestos se denomina dipolo eléctrico. Tales combinaciones ocurren con frecuencia en la naturaleza. Por ejemplo, en las figuras 21.8b y 21,8c, cada molécula en el aislante neutro es un dipolo eléctrico. En la seccion 21.7 estudiaremos los dipolos con más atención (detalle). Calcule el campo eléctrico causado por q_1, el campo eléctrico causado por q_2 y el campo total; a) en el punto a; b) en el punto b; c) en el punto c.



a)

$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1|}{r^2} = 9{,}0\times10^9 N/m^2/C^2 \frac{12\times10^{-9}C}{(0{,}060\,m)^2} = 3{,}0\times10^4 N/C$

$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r^2} = 9{,}0\times10^9 N/m^2/C^2 \frac{12\times10^{-9}C}{(0{,}040\,m)^2} = 6{,}8\times10^4 N/C$

$E_{a_x} = E_{1x} + E_{2x} = (3{,}0+6{,}8)\times10^4 N/C$

$E_{a_y} = E_{1y} + E_{2y} = 0$

$\vec{E}_a = (9{,}8\times10^4 N/C)\hat{\imath}$

b)

$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1|}{r^2} = 9{,}0\times10^9 N/m^2/C^2 \frac{12\times10^{-9}C}{0{,}040\,m^2} = 6{,}8\times10^4 N/C$

$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_2|}{r^2} = 9{,}0\times10^9 N/m^2/C^2 \frac{12\times10^{-9}C}{(0{,}140\,m)^2} = 0{,}55\times10^4 N/C$

$E_{1x} = -6{,}8\times10^4 N/C$ $\quad E_{1y} = 0$

$E_{2x} = 0{,}55\times10^4 N/C$ $\quad E_{2y} = 0$

$E_{b_x} = (-6{,}8\times10^4 N/C) + (0{,}55\times10^4 N/C)$

$\vec{E}_b = (-6{,}2\times10^4 N/C)\hat{\imath}$

c)

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q|}{r^2} = 9{,}0\times10^9 N\cdot m^2/C^2 \frac{12\times10^{-9} C}{(0{,}130 m)^2} = 6{,}39\times10^3 N/C$$

$$E_{1x} = E_{2x} = E_{1x} \cos\alpha = 6{,}39\times10^3 N/C \left(\frac{5}{13}\right) = 2{,}46\times10^3 N/C$$

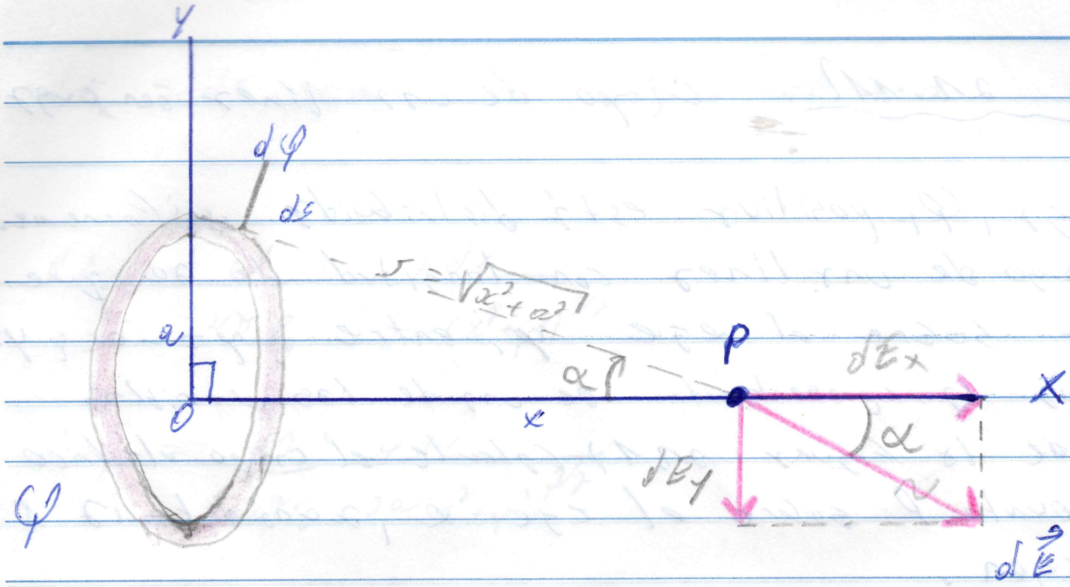
$$E_{cx} = E_{1x} + E_{2x} = 2(2{,}46\times10^3 N/C) = 4{,}9\times10^3 N/C$$

$$E_{cy} = E_{1y} + E_{2y} = 0$$

$$\vec{E} = (4{,}9\times10^3 N/C)\hat{\imath}$$

Ejemplo 21.10 Campo de un anillo con carga

Un conductor en forma de anillo con radio a tiene una carga total Q distribuida de manera uniforme en todo su perímetro figura (21.24) Encuentre el campo eléctrico en el punto P que se localiza sobre el eje del anillo a una distancia x del centro.



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\varphi}{x^2+a^2}$$

$$dE_x = dE\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\varphi}{x^2+a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

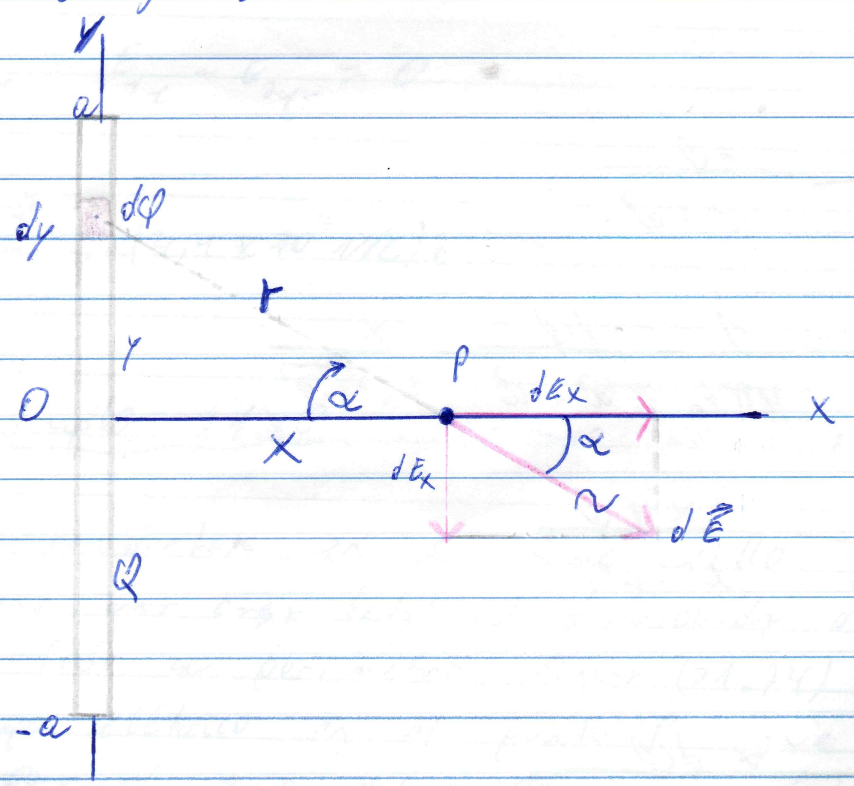
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\,d\varphi}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\,d\varphi}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = E_x\hat{\imath} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\varphi\,x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\hat{\imath}$$

Ejemplo 21.11 Campo de una línea con carga

Una carga, Q, positiva está distribuida uniformemente a lo largo de una línea con longitud de 2a que se ubica sobre el eje y, entre y = -a y y = +a. Esta sería la representación de una de las varillas cargadas de la figura 21.1. Calcule el campo eléctrico en el punto P sobre el eje x, a una distancia x del origen.



$$dQ = \lambda\, dy = \frac{Q\,dy}{2a}$$

r entre este segmento P es $(x^2+y^2)^{1/2}$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dy}{2a(x^2+y^2)}$$

$$dE_x = dE \cos\alpha \qquad dE_y = -dE \operatorname{sen}\alpha$$

$$dE_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x\,dy}{2a\,(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$dE_y = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{y\,dy}{2a\,(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qx}{2a} \int_{-a}^{a} \frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{2a} \int_{-a}^{a} \frac{y\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = 0$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{x\sqrt{x^2+a^2}}\,\hat{\imath}$$

En el límite en que x es mucho mayor que a

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{x^2}\,\hat{\imath}$$

$$Q = 2a\lambda$$

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{x\sqrt{(x^2/a^2)+1}}$$

cual es el valor de $\vec{E}$ en una distancia x a partir de una línea de carga muy larga ?

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\hat{\imath}$$

A una distancia perpendicular r desde la línea en cualquier dirección, $\vec{E}$ tiene la magnitud

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$ (línea infinita de carga)

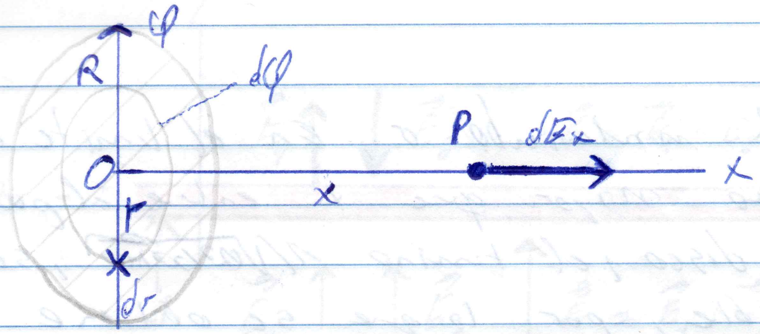
Ejemplo 21.12
Campo de un disco con carga uniforme.

Encuentre el campo eléctrico que genera un disco de radio R con densidad superficial de la carga (carga por unidad de área) positiva y uniforme, σ, en un punto a lo largo del eje del disco a una distancia x de su centro. Suponga que x es positiva.

La carga por unidad de área es $\sigma = dQ/dA$, por lo que la carga del anillo es $dQ = \sigma(2\pi r\, dr)$

$$dQ = 2\pi\sigma r\, dr$$

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(2\pi\sigma r\,dr)x}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$



$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(2\pi\sigma r\,dr)x}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

Recuerde que durante la integración x es una constante, y que la variable de integración es r. La integral se evalúa usando la sustitución $z = x^2+r^2$. Se invita al lector a que trabaje en los detalles; el resultado es:

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} + \frac{1}{x}\right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{(R^2/x^2)+1}}\right.$$

$P\ dE_x = dE_y = dE_z = 0$ por cada anillo
el campo total tiene $E_x = E_z = 0$

si se incrementa R manteniendo σ, En el límite en que R es mucho mayor que x entre el punto del campo y el disco, el término $1/\sqrt{(R^2/x^2)+1}$, se vuelve despreciable, por lo que se obtiene

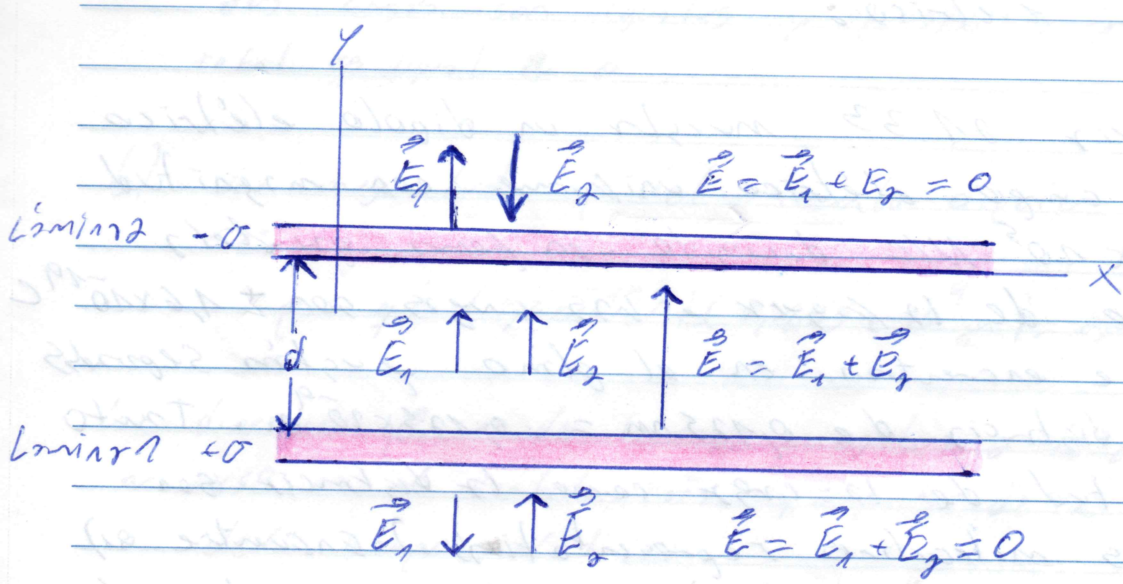
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Ejemplo 21.13

Campo de dos láminas infinitas con carga opuesta.

se colocan dos láminas infinitas y planas paralelas entre sí, separadas por una distancia d (figura (21.27)). La lámina inferior tiene una densidad superficial de carga uniforme y positiva σ, y la lámina superior tiene una densidad superficial de carga uniforme y negativa $-\sigma$, ambas de la misma magnitud. Encuentre el campo eléctrico entre las dos láminas, arriba de la lámina superior y debajo de la lámina inferior.

21.27

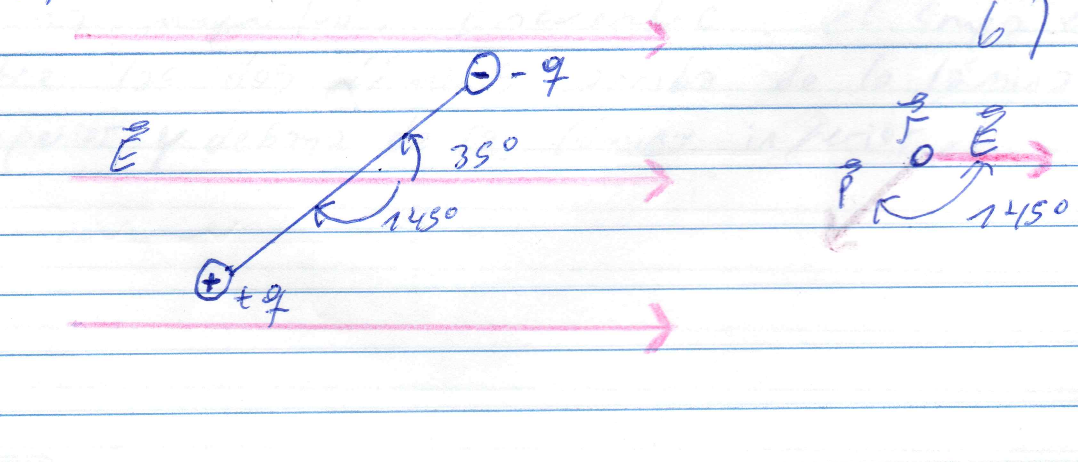


$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \begin{cases} 0 & \text{arriba de la lámina superior} \\ \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{j} & \text{entre las láminas} \\ 0 & \text{debajo de la lámina inferior} \end{cases}$$

21.14 Fuerza y par de torsión sobre un dipolo eléctrico.

La figura 21.33 muestra un dipolo eléctrico en un campo eléctrico uniforme con magnitud de $5,0 \times 10^5$ N/C dirigido en forma paralela al plano de la figura. Las cargas son $\pm 1,6 \times 10^{-19}$ C ambas se encuentran en el plano y están separadas por una distancia de $0,125$ nm $= 0,125 \times 10^{-9}$ m. Tanto la magnitud de la carga como la distancia son cantidades moleculares representativas. Encuentre a) la fuerza neta ejercida por el campo sobre el dipolo; b) la magnitud y la dirección del momento dipolar eléctrico; c) la magnitud y la dirección del par de torsión; d) la energía potencial del sistema en la posición que se muestra.

21.33 a) Un dipolo eléctrico. b) Direcciones del momento dipolar eléctrico, el campo eléctrico y el par de torsión.



a) como el campo es uniforme, las fuerzas sobre las dos cargas son iguales y opuestas, y la fuerza total es igual a 0.

b) La magnitud p del momento dipolar eléctrico $\vec{p}$ es:

$$p = qd\ (1{,}6\times10^{-19}\ C)(0{,}125\times10^{-9}\ m) = 2{,}0\times10^{-29}\ C.m$$

La dirección $\vec{p}$ es de la carga negativa a la positiva, a 145° en el sentido horario, a partir de la dirección del campo eléctrico.

c) La magnitud del par de torsión es:

$$\tau = pE\,sen\,\phi = (2{,}0\times10^{-29}\ C)(5{,}0\times10^{5}\ N/C)(sen\ 145°)$$

$$= 5{,}7\times10^{-24}\ N.m$$

d) La energía potencial es:

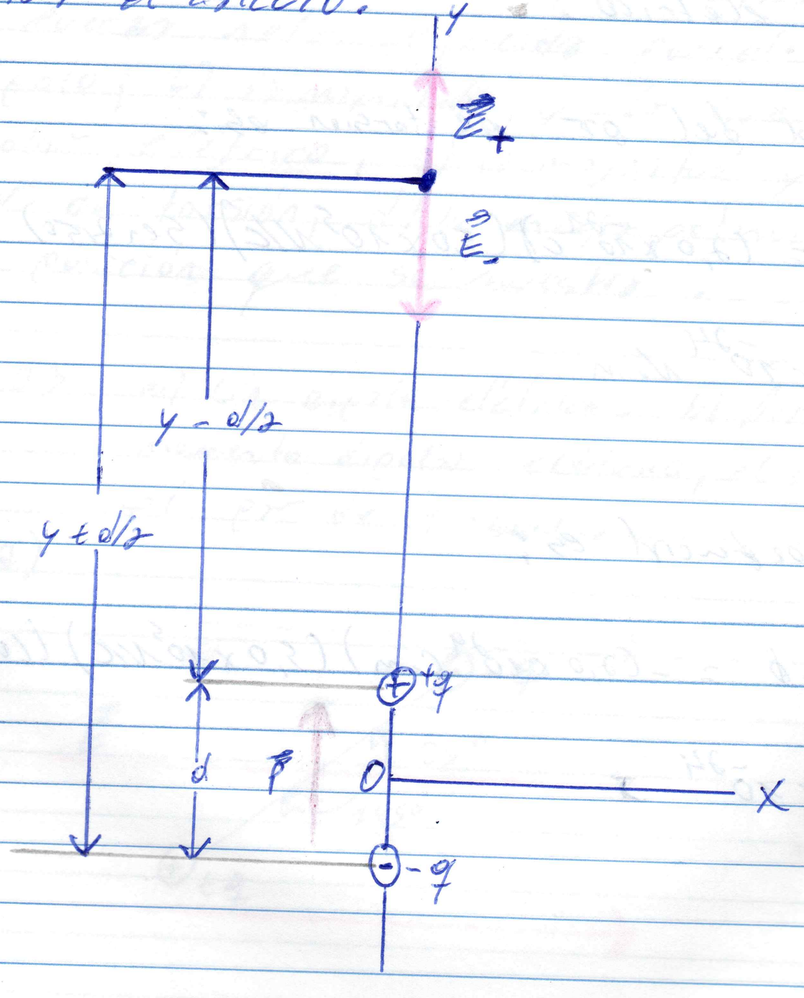
$$U = -pE\cos\phi = -(2{,}0\times10^{-29}\ C.m)(5{,}0\times10^{5}\ N/C)(\cos 145°)$$

$$= 8{,}2\times10^{-24}\ J$$

Ejemplo.

21.15 Otro vistazo al campo de un dipolo eléctrico.

En la figura 21.34, un dipolo eléctrico tiene su centro de origen, con $\vec{p}$ en dirección del eje +y. Obtenga una expresión aproximada para el campo eléctrico en un punto sobre el eje y, para el que y sea mucho mayor que d. Use la expansión binomial de $(1+x)^n$, es decir, $(1+x)^n \cong 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \ldots$ para el caso en que $|x| < 1$. Este problema ilustra una técnica útil para el cálculo.



$$E_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(y-d/2)^2} - \frac{1}{(y+d/2)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y^2}\left[\left(1-\frac{d}{2y}\right)^{-2} - \left(1+\frac{d}{2y}\right)^{-2}\right]$$

Cuando y es mucho más grande que d

$$\left(1-\frac{d}{2y}\right)^{-2} \cong 1+\frac{d}{y} \quad y \quad \left(1+\frac{d}{2y}\right)^{-2} \cong 1-\frac{d}{y}$$

De manera que E_y, está dado aproximadamente por:

$$E \cong \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y^2}\left[1+\frac{d}{y} - \left(1-\frac{d}{y}\right)\right]$$

$$= \frac{qd}{2\pi\varepsilon_0 y^3} = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 y^3}$$

Evalúe su comprensión de la sección 21.1

a) Estrictamente hablando, ¿la varilla de plástico de la figura 21.1 pesa más, menos o lo mismo después de frotarla con la piel? b) ¿Y la varilla de vidrio una vez que se frota con seda? ¿Qué pasa con c) la piel y d) la seda?

Evalúe su comprensión de la sección 21.2.

Imagine que tiene dos esferas metálicas ligeras y que cada una de ellas cuelga de un cordón de nailon aislante. Una de las esferas tiene carga neta negativa, en tanto que la otra no tiene carga neta. a) Si las esferas están cerca una de otra pero no se tocan, i) se atraerán mutuamente, ii) se repelerán o iii) no ejercen fuerza alguna sobre la otra? b) Ahora se permite que las esferas entren en contacto. Una vez que se tocan, ¿las dos esferas i) se atraen, ii) se repelerán o iii) no ejercen fuerza alguna sobre la otra?

Evalúe su comprensión de la sección 21.3

Suponga que la carga q_2 del ejemplo 21.4 fuera de $-2{,}0\ \mu C$. En este caso, la fuerza eléctrica total sobre Q estaría i) en la dirección $+x$; ii) en la dirección $-x$; iii) en la dirección $+y$; iv) en la dirección $-y$; v) igual a cero; vi) ninguna de las anteriores.

Evalúe su comprensión de la sección 21.4

a) Una carga puntual negativa se mueve a lo largo de una trayectoria recta directamente hacia una carga puntual positiva estacionaria. ¿Qué aspectos de la fuerza eléctrica sobre la carga puntual negativa permanecerán constantes a medida que se mueve? i) magnitud, ii) dirección; iii) tanto la magnitud como la dirección; iv) ni la magnitud ni la dirección. b) Una carga puntual negativa se desplaza a lo largo de una órbita circular, alrededor de una carga puntual positiva. ¿Qué aspectos de la fuerza elétrica sobre la carga puntual negativa permanecerán constantes a medida que se mueve? i) magnitud, ii) dirección, iii) tanto la magnitud como la dirección; iv) ni la magnitud ni la dirección.

Evalúe su comprensión de la sección 21.5

Suponga que la línea de carga de la figura (21.25) tuviera carga $+Q$ distribuida uniformemente entre $y=0$ y $y=+a$, y tuviera una carga $-Q$ con distribución uniforme entre $y=0$ y $y=-a$. En esta situación, el campo elétrico en P estaría i) en la dirección $+x$; ii) en la dirección $-x$, iii) en la dirección $+y$, iv) en la dirección $-y$, v) igual a cero, vi) ninguna de las anteriores.

Evalúe su comprensión de la sección 21.6
Suponga que las líneas de campo eléctrico en una región del espacio son rectas. Si una partícula cargada parte del reposo en esa región, ¿su trayectoria será una línea de campo?

Evalúe su comprensión de la sección 21.7
Se coloca un dipolo eléctrico en una región de campo eléctrico uniforme, $\vec{E}$, con el momento dipolar eléctrico $\vec{p}$, apuntando en la dirección opuesta a $\vec{E}$, con el momento dipolar eléctrico $\vec{p}$, apuntando en la dirección opuesta a $\vec{E}$. ¿El dipolo está i) en equilibrio estable, ii) en equilibrio inestable, o iii) ninguno de los anteriores?

Respuestas a las preguntas de evalúe su comprensión:

21.1 Respuestas: a) la varilla de plástico pesa más, b) la varilla de vidrio pesa menos, c) la piel pesa un poco menos, d) la seda pesa un poco menos. La varilla de plástico obtiene una carga negativa al tomar electrones de la piel, por lo que la varilla pesa un poco más y la piel pierde peso después del frotamiento. En contraste, la varilla de vidrio obtiene una carga positiva por que cede electrones a la seda, así que después de frotarse, la varilla de vidrio pesa un poco menos, y la seda un poco más. El cambio en el peso es muy pequeño: el número de electrones transferidos es una fracción pequeña del mol, y un mol de electrones tiene una masa de tan sólo $(6,02 \times 10^{23}$ electrones$)(9,11 \times 10^{-31}$ kg/electrón$) = 5,48 \times 10^{-7}$ kg $=$ ¡0,548 miligramos!

21.2 Respuestas: a) i), b) ii) Antes de que las dos esferas se toquen, la esfera con carga negativa ejerce una fuerza de repulsión sobre los electrones de la otra esfera, lo cual origina zonas de carga inducida negativa y positiva (véase la figura 21.7b). La zona positiva está más cerca de la esfera cargada negativamente que la zona negativa, por lo que hay una fuerza neta de atracción que jala a las esferas una hacia la otra, como en el caso del peine y el aislante de la figura 21.8b. Una vez que se tocan las dos esferas metálicas, algo del exceso de electrones de la esfera con carga negativa fluirá hacia la otra esfera (por que los metales son conductores). Entonces, las dos esferas tendrán una carga negativa neta y se repelerán mutuamente.

21.3 Respuesta: iv) La fuerza ejercida por q_1 sobre Q es como en el ejemplo 21.4. La magnitud de la fuerza ejercida por q_2 sobre Q es incluso igual a F_1 sobre Q pero la dirección de la fuerza ahora es hacia q_2 con un ángulo α por debajo del eje x. Entonces, las componentes x de las dos fuerzas se anulan, mientras que las componentes y (negativas) se suman, y la fuerza eléctrica total ocurre en la dirección negativa del eje y.

21.4 Respuesta: a) iii, b) i) El campo eléctrico $\vec{E}$ producido por una carga puntual positiva apunta directamente alejándose de la carga (véase la figura 21.18a) y tiene una magnitud que depende de la distancia r entre la carga y el punto del campo. De ahí que en una segunda carga puntual negativa, $q<0$, recibirá una fuerza $\vec{F}=q\vec{E}$ que apunta directamente hacia la carga positiva y tiene una magnitud que depende de la distancia r entre las dos cargas. Si la carga negativa se mueve directamente hacia la carga positiva, la dirección de la fuerza permanece igual (a lo largo de la línea del movimiento de la carga negativa); pero la magnitud de la fuerza se incrementa a medida que disminuye la distancia r. Si la carga negativa se mueve en círculo alrededor de la carga positiva, la magnitud de la fuerza permanece igual (porque la distancia r es constante); pero la dirección de la fuerza cambia (cuando la carga negativa está en el lado derecho de la carga positiva, la fuerza va hacia la izquierda; cuando la carga negativa está en el lado izquierdo de la carga positiva, la fuerza va hacia la derecha).

21.5 Respuesta: iv) Piense en un par de segmentos de longitud dy, uno en la coordenada $y>0$ y el otro en la coordenada $-y<0$. El segmento superior tiene carga positiva y produce un campo eléctrico $d\vec{E}$ en P, que apunta alejándose del segmento inferior tiene ~~la misma cantidad de carga negativa~~ una componente x positiva y una componente y negativa, como el vector $d\vec{E}$ en la figura 21.25. El segmento inferior tiene la misma cantidad de carga negativa. Produce una $d\vec{E}$ que tiene la misma magnitud pero apunta hacia el segmento inferior, así que tiene una componente x negativa y una componente y también negativa. Por simetría, las dos componentes x son iguales pero opuestas, de manera que se cancelan. De esta manera, el campo eléctrico total únicamente tiene una componente y negativa.

21.6 Respuesta: sí cuando las líneas de campo son rectas, $\vec{E}$ debe apuntar en la misma dirección por la región. De ahí que la fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ sobre una partícula de carga q siempre esté en la misma dirección de $\vec{F}$, por lo que su trayectoria es una línea recta que estará a lo largo de una línea de campo.

21.7 Respuesta: ii) Las ecuaciones (21.17) y (21.18) indican que la energía potencial para un dipolo en un campo eléctrico es $U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = pE\cos\phi$, donde ϕ es el ángulo entre las direcciones de $\vec{p}$ y $\vec{E}$. Si $\vec{p}$ y $\vec{E}$ apuntan en direcciones opuestas, de manera que $\phi = 180°$, entonces $\cos\phi = -1$ y $U = +pE$. Éste es el valor máximo que U puede tener. De nuestro análisis de los diagramas de energía en la sección 7.5, se desprende que se trata de una situación de equilibrio inestable.

Otra forma de verlo es con la ecuación (21.15) que dice que la magnitud del par de torsión sobre un dipolo eléctrico es $\tau = pE \operatorname{sen} \phi$.
Está es igual a cero si $\phi = 180°$, por lo que no hay par de torsión, y si el dipolo se deja sin perturbación, no girará. No obstante, si se perturba ligeramente el dipolo de modo que ϕ sea un poco menor de 180°, habrá un par de torsión diferente de cero que trata de hacer girar al dipolo hacia $\phi = 0$, así que $\vec{p}$ y $\vec{E}$ apuntan en la misma dirección. De ahí que cuando el dipolo se perturba en su orientación de equilibrio en $\phi = 180°$, se mueve lejos de esa orientación, lo cual es lo distintivo del equilibrio inestable.
Se puede demostrar que la situación en que $\vec{p}$ y $\vec{E}$ apuntan en la misma dirección ($\phi = 0$) es un caso de equilibrio estable: la energía potencial es mínima, y si el dipolo se desplaza un poco hay un par de torsión que trata de regresarlo a la orientación original (un par de torsión restaurador).