

RESUMEN CAPITULO 22 SEARS

En física la ley de Gauss, relacionada con el Teorema de la divergencia o Teorema de Gauss, 1 establece que el flujo de ciertos campos a través de una superficie cerrada es proporcional a la magnitud de las fuentes de dicho campo que hay en el interior de la misma superficie. Estos campos son aquellos cuya intensidad decrece como la distancia a la fuente al cuadrado. La constante de proporcionalidad depende del sistema de unidades empleado.

Se aplica al campo electrostático y al gravitatorio. Sus fuentes son la carga eléctrica y la masa, respectivamente. También puede aplicarse al campo magnetostático.

La ley fue formulada por Carl Friedrich Gauss en 1835, pero no fue publicado hasta 1867.² Es una de las cuatro ecuaciones de Maxwell, que forman la base de electrodinámica clásica (las otras tres son la ley de Gauss para el magnetismo, la ley de Faraday de la inducción y la ley de Ampère con la corrección de Maxwell). La ley de Gauss puede ser utilizada para obtener la ley de Coulomb, ³ y viceversa.

Cuando una distribución de carga tiene una simetría sencilla, es posible calcular el campo eléctrico que crea con ayuda de la ley de Gauss. La ley de Gauss deriva del concepto de flujo del campo eléctrico.

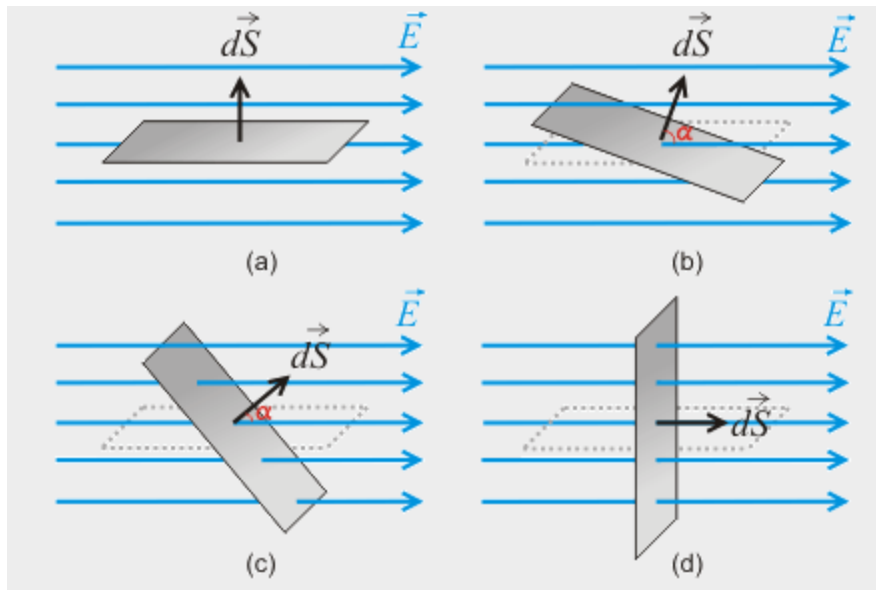
Flujo del campo eléctrico

El flujo del campo eléctrico se define de manera análoga al flujo de masa. El flujo de masa a través de una superficie S se define como la cantidad de masa que atraviesa dicha superficie por unidad de tiempo.



El campo eléctrico puede representarse mediante unas líneas imaginarias denominadas líneas de campo y, por analogía con el flujo de masa, puede calcularse el número de líneas de campo que atraviesan una determinada superficie. Conviene resaltar que en el caso

del campo eléctrico no hay nada material que realmente circule a través de dicha superficie.



Como se aprecia en la figura anterior, el número de líneas de campo que atraviesan una determinada superficie depende de la orientación de esta última con respecto a las líneas de campo. Por tanto, el flujo del campo eléctrico debe ser definido de tal modo que tenga en cuenta este hecho.

Una superficie puede ser representada mediante un vector $d\vec{S}$ de módulo el área de la superficie, dirección perpendicular a la misma y sentido hacia afuera de la curvatura. El flujo del campo eléctrico es una magnitud escalar que se define mediante el producto escalar:

$$\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S}$$

Cuando la superficie es paralela a las líneas de campo (figura (a)), ninguna de ellas atraviesa la superficie y el flujo es por tanto nulo. $\vec{E}$ y $d\vec{S}$ son en este caso perpendiculares, y su producto escalar es nulo.

Cuando la superficie se orienta perpendicularmente al campo (figura (d)), el flujo es máximo, como también lo es el producto escalar de $\vec{E}$ y $d\vec{S}$.

Ley de Gauss

El flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga q contenida dentro de la superficie, dividida por la constante ϵ_0 .

La superficie cerrada empleada para calcular el flujo del campo eléctrico se denomina superficie gaussiana.

Matemáticamente,

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

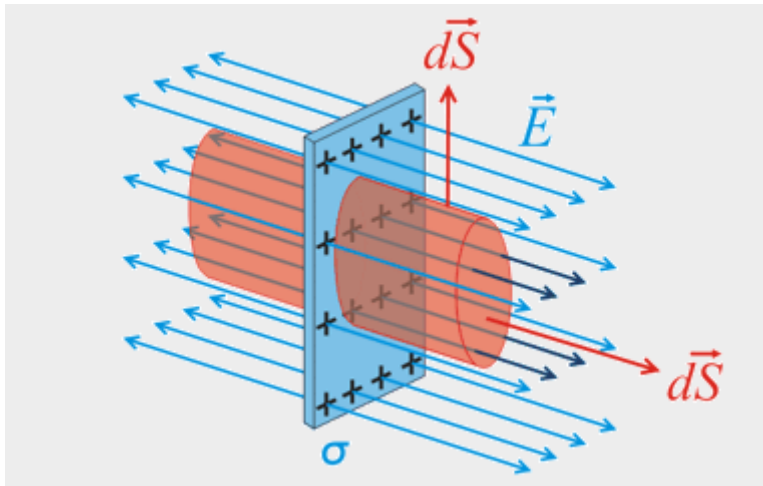
La ley de Gauss es una de las ecuaciones de Maxwell, y está relacionada con el teorema de la divergencia, conocido también como teorema de Gauss. Fue formulado por Carl Friedrich Gauss en 1835.

Para aplicar la ley de Gauss es necesario conocer previamente la dirección y el sentido de las líneas de campo generadas por la distribución de carga. La elección de la superficie gaussiana dependerá de cómo sean estas líneas.

Campo creado por un plano infinito

El campo eléctrico creado por un plano infinito cargado puede ser calculado utilizando la ley de Gauss.

En la siguiente figura se ha representado un plano infinito cargado con una densidad superficial de carga σ ($= q/S$) uniforme y positiva. Las líneas de campo siempre salen de las cargas positivas, por lo que el campo creado por el plano será uniforme (ya que la densidad de carga lo es) y sus líneas irán hacia afuera de ambos lados del plano.



El flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es siempre el mismo (ley de Gauss); en este caso, por simplicidad de cálculo, se ha elegido una superficie gaussiana cilíndrica (representada en rojo en la figura).

El flujo a través de la superficie lateral del cilindro es nulo (ninguna línea de campo la atraviesa). Las únicas contribuciones no nulas al flujo son las que se producen a través de sus dos bases. El flujo del campo eléctrico a través del cilindro es entonces:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \int_{\text{Sup. lateral}} \cancel{\vec{E} d\vec{S}} + \int_{\text{Base 1}} \vec{E} d\vec{S} + \int_{\text{Base 2}} \vec{E} d\vec{S}$$

Como las dos bases del cilindro son iguales y el módulo del campo es el mismo en todos los puntos de su superficie, la integral anterior se simplifica, quedando:

$$\Phi = 2 \int_{\text{Base 1}} \vec{E} d\vec{S} = 2 E \int_{\text{Base 1}} dS = 2 E S$$

El valor del flujo viene dado por la ley de Gauss:

$$\Phi = 2ES = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Y q/S es la densidad superficial de carga σ :

$$E = \frac{q}{2\epsilon_0 S}; \quad \boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

Campo en el interior de un condensador

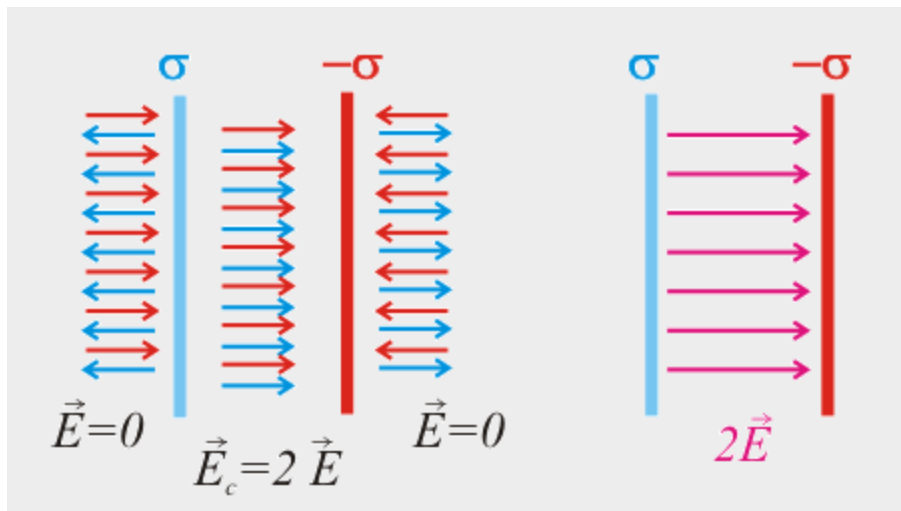
Un condensador o capacitor es un dispositivo formado por dos conductores (denominados armaduras), generalmente con forma de placas, cilindros o láminas, separados por el vacío o por un material dieléctrico (no conduce la electricidad), que se utiliza para almacenar energía eléctrica.

La forma más sencilla de un condensador consiste en dos placas metálicas muy cercanas entre sí con cargas q en una y $-q$ en la otra. Este tipo de condensador se denomina plano-paralelo.

El módulo del campo eléctrico creado por cada una de las placas del condensador, como se ha visto en el ejemplo anterior, viene dado por:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Las líneas del campo eléctrico creado por la placa cargada positivamente están dirigidas hacia fuera de la misma, lo contrario que ocurre para la placa con carga negativa.



Por tanto, en el exterior del condensador el campo es nulo y en el interior su módulo es el doble del campo que crearía una sola de las placas:

$$E_c = 2E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Los condensadores se utilizan en circuitos electrónicos como dispositivos para almacenar energía. El primer condensador fue fabricado en 1746, y estaba constituido por un recipiente de vidrio recubierto por una lámina metálica por dentro y por fuera. Se conoce comúnmente como botella de Leiden.